MODUL PENINGKATAN PRESTASI

TINGKATAN 5

TAHUN 2025

MATEMATIK TAMBAHAN

KERTAS 1

PERATURAN PEMARKAHAN

Peraturan Pemarkahan ini mengandungi **18** halaman bercetak

Join SPM Study Group
https://spmpaper.me/group

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
1 (a)	$px^2+4=16$ $p(-2)^2+4=16$ $p=3$ K1 [ganti (-2)] N1	2	**5**
1 (b)	$\int\left(3x^2+4\right)\,dx$ $h(x)=\dfrac{{}^{*}3x^{2+1}}{2+1}+4x+c$ $-11=(-2)^3+4(-2)+c \quad \& \quad c=5$ $h(x)=x^3+4x+5$ K1 [Kuasa bertambah] K1 [Ganti dan Selesaikan] N1	3	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
2 (a) (i)	$\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)!}{n}$ $(n-1)!$ N1	1	
2 (a) (ii)	$(6-1)! = 120$ N1	1	
2 (b)	$\left({}^5C_3 \times {}^6C_6\right) @ \left({}^5C_4 \times {}^6C_5\right) @ \left({}^5C_5 \times {}^6C_4\right)$ K1 $\left({}^5C_3 \times {}^6C_6\right) + \left({}^5C_4 \times {}^6C_5\right) + \left({}^5C_5 \times {}^6C_4\right)$ $= 55$ N1	2	
2 (c) (i)	${}^{11}P_9 = 19958400$ N1	1	
2 (c) (ii)	Jumlah krew, $n = 11$ Pilih/susun seorang pengemudi = ${}^3C_1$ @ ${}^3P_1$ Pilih dan susun 4 pendayung di kanan = ${}^2C_2 \times {}^6C_2 \times 4!$ Pilih dan susun pendayung di sebelah kiri, ${}^4P_4$ Kes 1: Susunan LRLRLRLR $= {}^3C_1 \times {}^2C_2 \times {}^6C_2 \times 4! \times {}^4P_4$ $= 25920$ Kes 2: Susunan RLRLRLRL Bilangan cara susunan: $= {}^3C_1 \times {}^2C_2 \times {}^6C_2 \times 4! \times {}^4P_4$ $= 25920$ ${}^2C_2 \times {}^6C_2 \times 4! @ {}^4P_4 @ {}^3C_1 \times {}^2C_2 \times {}^6C_2 \times 4! \times {}^4P_4$ K1 Bilangan cara $= 2 \times 25920$ $= 51840$ N1	2	**7**

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
3 (a)	$^3C_0(0.35)^0(0.65)^3 = 0.2746$ @ $^3C_1(0.35)^1(0.65)^2 = 0.4436$ @ $^3C_2(0.35)^2(0.65)^1 = 0.2389$ @ $^3C_3(0.35)^3(0.65)^0 = 0.0429$ K1 [guna rumus betul] r: 0, 1, 2, 3 $P(X = r)$: 0.2746, 0.4436, 0.2389, 0.0429 N2 Semua betul N1 Salah maksimum 2	3	**6**
3 (b) (i)	$P(X \le 2) = 1 - P(X = 3)$ $= 1 - 0.0429$ $= 0.9571$ K1 N1	2	
3 (b) (ii)	$P(X = 0) = 0.2746$ N1	1	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
4	$m = -\frac{1}{2}$ P1 [boleh tersirat] $Y = mX + c$ $\log y = {}^{*}\left(-\frac{1}{2}\right)\log x + 1$ K1 [persamaan linear] $\log y = \log\frac{1}{\sqrt{x}} + \log 10$ K1 [Hukum log] $\log y = \log\frac{10}{\sqrt{x}}$ $y = \frac{10}{\sqrt{x}}$ N1	4	**4**

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
5	$\frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$ $= \frac{1}{\left(\frac{\log_a b}{\log_a ab}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{\log_a a}{\log_a ab}\right)}$ K1 [Hukum log] @ $\log_b ab - \log_a ab$ @ $\frac{1}{\left(\frac{\log_b b}{\log_b ab}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{\log_b a}{\log_b ab}\right)}$ $= \frac{\log_a ab}{\log_a b} - \frac{\log_a ab}{1}$ $= \frac{\log_a a + \log_a b}{\sqrt{5}} - \frac{\log_a a + \log_a b}{1}$ K1 [Hukum log] $= \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{1+\sqrt{5}}{1}$ $= \frac{1-5}{\sqrt{5}}$ $= -\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ K1 [Menisbahkan penyebut] $= -\frac{4\sqrt{5}}{5}$ N1	4	**4**

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
6 (a)	**ALTERNATIF A** LHS : $\left(\sin\left(90-\beta\right)\right)^2+\left(\cos\left(90-\beta\right)\right)^2$ $=\left(\sin 90\cos\beta-\cos 90\sin\beta\right)^2+\left(\cos 90\cos\beta+\sin 90\sin\beta\right)^2$ K1 $==\left((1)\cos\beta-(0)\sin\beta\right)^2+\left((0)\cos\beta+(1)\sin\beta\right)^2$ $=\cos^2\beta+\sin^2\beta$ $=\sin^2\beta+\cos^2\beta$ $=1$ [semua kiraan di atas betul] N1 **ALTERNATIF B** $\sin\beta=-\frac{h}{1}$ $\cos\beta=\frac{k}{1}$ [Semua kiraan betul] $=-h$ $=k$ K1 Menggunakan teoram Pithagoras, $\left(-h\right)^2+k^2=1^2$ $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$ N1	2	**5**
6 (b)	$\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}=2$ $\frac{1-\cos^2 x}{1+\cos x}=2$ P1 $\frac{\left(1-\cos x\right)\left(1+\cos x\right)}{1+\cos x}=2$ $1-\cos x=2$ $\cos x=-1$ Ganti $\cos x=-1$ pada penyebut persamaan $\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$; K1 $1+\cos x=1+(-1)=0$ $\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$ adalah **tidak tertakrif** ATAU N1 $\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}=2$ **<u>tidak mempunyai penyelesaian</u>** dalam domain $0\le x\le 2\pi$. [$1+\cos x=1+(-1)=0$ dan "tidak mempunyai penyelesaian" dilihat]	3	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
7 (a)	$(-4)^2 - 4(3)(c) < 0$ $c > 1.333$ atau $c > \frac{4}{3}$ $C_1 = 2$ dan $C_2 = 3$ K1 N1	2	**4**
7 (b)	$(-4)^2 - 4(3)(1)$ $= 4 > 0$ Dua punca nyata dan berbeza K1 N1	2	

<table>
<tr><th>BIL</th><th>SKEMA PEMARKAHAN</th><th>Sub Markah</th><th>Jumlah Markah</th></tr>
<tr><td>8 (a)</td><td>
Jarak PB $= \sqrt{25+x^2}$
Jarak BC $= 6-x$
Masa untuk berkayak P ke B $= \dfrac{\sqrt{25+x^2}}{2}$ @ K1
Masa untuk berjalan B ke C $= \dfrac{6-x}{4}$
Jumlah masa ,
$T = \dfrac{\sqrt{25+x^2}}{2} + \dfrac{6-x}{4}$
$T = \dfrac{2\sqrt{25+x^2}+6-x}{4}$ N1
</td><td>2</td><td rowspan="2">6</td></tr>
<tr><td>8 (b)</td><td>
$\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{x}{2\sqrt{25+x^2}} - \dfrac{1}{4}$ [kuasa berkurang] K1
$\dfrac{x}{2\sqrt{25+x^2}} - \dfrac{1}{4} = 0$ [$\dfrac{dT}{dx} = 0$] K1
$x = -2.887$ (abaikan)
$x = 2.887$ [both for x] N1
<table>
<tr><td>x</td><td>$x < 2.887$
Cth $x = 0$</td><td>2.887</td><td>$x > 2.887$
Cth $x = 4$</td></tr>
<tr><td>$\dfrac{dT}{dx}$</td><td>$-\dfrac{1}{4}$</td><td>0</td><td>0.0623</td></tr>
<tr><td>Tanda $\dfrac{dT}{dx}$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr>
<tr><td>Lakaran Tangen</td><td>\</td><td>—</td><td>/</td></tr>
<tr><td>Lakaran graf</td><td colspan="3"> </td></tr>
</table>
[Semua 13 kotak jawapan betul] N1
Maka, 2.89 ialah minimum
$T = \dfrac{2\sqrt{25+2.89^2}+6-2.89}{4}$
$T = 3.67$ jam
</td><td>4</td></tr>
</table>

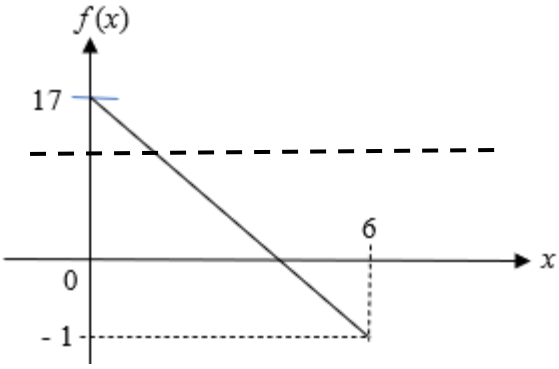
BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
9	P1 Hasil darab semua sebutan untuk hapuskan satu pemboleh ubah $x / y / z$ **OR** Ungkapkan x dalam sebutan y dan z @ Ungkapkan y dalam sebutan x dan z @ Ungkapkan z dalam sebutan x dan y K1 Hapuskan pemboleh ubah pertama kaedah dengan penggantian @ penghapusan. K1 Hapuskan pemboleh ubah kedua dengan penggantian @ penghapusan. N1 $x = 39$ @ $y = 33$ @ $z = -31$ N1 $y = 33$ & $z = -31$ @ $x = 39$ & $z = -31$ @ $x = 39$ & $y = 33$	5	**5**

	CONTOH PEMARKAHAN KAEDAH PENGGANTIAN $4x-3y+2z=-5 \quad -(1)$ $5x-y+5z=7 \quad -(2)$ $-4y+3z+6x=9 \quad -(3)$ $y=5x+5z-7 \quad -(4)$ P1 Gantikan (4) dalam (1) K1 $4x-3(5x+5z-7)+2z=-5$ $-11x-13z=-26$ @ $x=\dfrac{26-13z}{11} \quad -(5)$ Gantikan (4) dalam (3) $-4(5x+5z-7)+3z+6x=9$ $-14x-17z=-19 \quad -(6)$ Gantikan (5) dalam (6) $-14\left(\dfrac{26-13z}{11}\right)-17z=-19$ K1 $z=-31$ N1 $x=\dfrac{26-13(-31)}{11}$ $x=39$ N1 $y=5(39)+5(-31)-7$ $y=33$		

	CONTOH KAEDAH PENGHAPUSAN $4x-3y+2z=-5$ ...(1) $5x-y+5z=7$ ...(2) $6x-4y+3z=9$ ...(3) $(2)\times 3$: Hapus y $15x-3y+15z=21$ ...(4) $4x-3y+2z=-5$ ...(1) $11x+13z=26$ ...(5) $(2)\times 4$: Hapus y $20x-4y+20z=28$ ...(6) $6x-4y+3z=9$ ...(3) $14x+17z=19$ ...(7) $11x+13z=26$ atau $14x+17z=19$ atau setara K1 $(5)\times 14$: Hapus x $154x+182z=364$ ...(8) $(7)\times 11$ $154x+187z=209$ ...(9) $(8)-(9)$: $-5z=155$ K1 $z=-31$ N1 Ganti $z=-31$ dalam (5) $11x+13(-31)=26$ $x=39$ N1 Ganti $x=39$ dan $z=-31$ dalam (2) $5(39)-y+5(-31)=7$ $y=33$ N1		

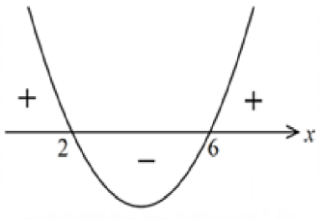
BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
10 (a)	$PE = PD$ $\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2} = \sqrt{(x-6)^2+(y-9)^2}$ K1 $2x+3y-26=0$ N1	2	
10 (b)	$M_{ED} = \frac{9-3}{6-2} = \frac{3}{2}$ & $y-(-4) = \frac{3}{2}(x-4)$ @ $-4 = \frac{3}{2}(4)+c$ $c = -10$ $y = \frac{3}{2}x - 10$ K1 [Kec. ED & Selesaikan] N1	2	**6**
10 (c)	$2x+3\left(\frac{3}{2}x-10\right)-26=0$ $x = \frac{112}{13}$ $y = \frac{3}{2}\left(\frac{112}{13}\right)-10 = \frac{38}{13}$ $B\left(\frac{112}{13}, \frac{38}{13}\right)$ [Ganti psmn. AC dalam lokus titik P] K1 N1	2	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
11 (a)	$\angle AOB = 60°$ N1	2	**5**
11 (b)	Luas sektor AOB , $L_1 = \frac{1}{2} j^2\theta$ $= \frac{1}{2} \times (6)^2 \times \frac{\pi}{3}$ $= 6\pi \text{ m}^2$ Luas segi tiga AOB , $L_2 = \frac{1}{2} j^2 \sin\theta$ $= \frac{1}{2} \times (6)^2 \times \sin 60°$ $= 15.59$ Luas tembereng ABT $= 6\pi - 15.59$ $= *3.260 \text{ m}^2$ *Terima jawapan 3.258 - 3.264 K1 K1 K1 N1	4	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
12 (a)	$gf(x) = x$ $gff^{-1}(x) = f^{-1}(x)$ $gff^{-1}(x) = g(x)$ maka, $g(x) = f^{-1}(x)$ P1 $f^{-1}(x) = \frac{p-x}{3}$ K1 $g(2) = \frac{p-2}{3}$ $5 = \frac{p-2}{3}$ K1 $p = 17$ N1	4	7
12 (b)		3	

• Lakaran graf garis lurus dalam domain $0 \le x \le 6$.	K1
• **Garis mengufuk hanya memotong pada satu titik.**	K1
• Garis mengufuk hanya **memotong satu titik** **ATAU** • Jenis fungsi graf ialah **hubungan satu dengan satu**. **DAN** • Fungsi songsang bagi $f(x)$ **adalah wujud**	N1

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
13 (a)	$r_1 = \frac{m^4}{m^2}$ @ $r_2 = \frac{m^6}{m^4}$ @ $r_3 = \frac{m^8}{m^6}$ P1 $= m^2$ $= m^2$ $= m^2$ $r_1 = r_2 = r_3 = m^2$ & N1 Janjang geometri	2	**8**
13 (b)	A : $a = 5200$ & $r = 0.88$ @ B : $a = 4500$ & $r = 0.91$ P1 [Boleh tersirat] $T_n(A) < T_n(B)$ $(5200)(0.88)^{n-1} < (4500)(0.91)^{n-1}$ K1 $\frac{5200}{4500} < \left(\frac{0.91}{0.88}\right)^{n-1}$ $\log_{10}(1.1556) < \log_{10}(1.0341)^{n-1}$ K1 [Hukum log] $\log_{10}(1.1556) < (n-1)\log_{10}(1.0341)$ $n-1 > 4.301$ K1 [$n > 5.301$] $n > 5.301$ $n = 6$ N1 Tahun ke 2031 N1	6	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
14 (a)	$U(x) = -2x^2 + 16x - 24$ $U(x) \geq 0$ $-2x^2 + 16x - 24 \geq 0$ P1 [≥ 0 dilihat] $x^2 - 8x + 12 \leq 0$ $(x-2)(x-6) \leq 0$ K1  K1 RM $2000 \leq x \leq$ RM 6000 @ $2 \leq x \leq 6$ N1	4	**8**
14 (b)	ALTERNATIF A (CTS) $U(x) = -2(x^2 - 8x + 12)$ $U(x) = -2\left(x^2 - 8x + \left(\frac{-8}{2}\right)^2 - \left(\frac{-8}{2}\right)^2 + 12\right)$ K1 $U(x) = -2\left(x^2 - 8x + (-4)^2 - (-4)^2 + 12\right)$ $U(x) = -2\left[(x-4)^2 - 4\right]$ $U(x) = -2(x-4)^2 + 8$ N1 Harga optimum = RM 4000/ 4 ribu N1 Keuntungan maksimum = RM 8,000,000 / 8 JUTA N1 ALTERNATIF B (garis simetri) $x = -\frac{16}{2(-2)}$ K1 Harga optimum = RM 4000 N1 $U(4) = -2\left((4)^2 - 8(4) + 12\right)$ K1 Keuntungan maksimum = RM 8,000,000 N1	4	

BIL	SKEMA PEMARKAHAN	Sub Markah	Jumlah Markah
15 (a) (i)	$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{OS}$ P1 [Guna hukum segi tiga] $\overrightarrow{RS} = -\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OS}$ $\overrightarrow{RS} = -2\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{RS} = \underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y}$ N1	2	
15 (a) (ii)	$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$ $= 4\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y}$ N1	1	
15 (b)	**ALTERNATIF A** $\overrightarrow{OB} = 4\underset{\sim}{x} + 4\underset{\sim}{y}$ P1 $\overrightarrow{OS} = 3\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y}$ $mOB = nOS$ $m\left(4(\underset{\sim}{x} + \underset{\sim}{y})\right) = n\left(3(\underset{\sim}{x} + \underset{\sim}{y})\right)$ $4m\underset{\sim}{x} + 4m\underset{\sim}{y} = 3n\underset{\sim}{x} + 3n\underset{\sim}{y}$ $4m = 3n$ K1 [Selesai sehingga $\frac{m}{n} = \frac{3}{4}$] $\frac{m}{n} = \frac{3}{4}$ $m : n = 3 : 4$ N1 **ALTERNATIF B** $\overrightarrow{OB} = 4\underset{\sim}{x} + 4\underset{\sim}{y}$ P1 $\overrightarrow{OS} = 3\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{OS} = \lambda\overrightarrow{OB}$ $3\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y} = \lambda\left(4\underset{\sim}{x} + 4\underset{\sim}{y}\right)$ K1 [Selesai sehingga $\lambda = \frac{3}{4}$] $\lambda = \frac{3}{4}$ $m = \frac{3}{4}n$ $m : n = 3 : 4$ N1	3	**8**

15 (c)	**ALTERNATIF A** $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{OP}$ $\overrightarrow{RP} = -2\underset{\sim}{x} + 4\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{RP} = 2\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{RP} = \lambda\,\overrightarrow{RS}$ $2\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y} \quad = \lambda\left(\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y}\right)$ $\lambda = 2 \quad \& \quad 6 = 3\lambda$ $\lambda = 2$ $\overrightarrow{RP} = 2\,\overrightarrow{RS}$ *R*, *S* dan *P* berada dalam satu garis lurus. **ALTERNATIF B** $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{OP}$ $\overrightarrow{RP} = -2\underset{\sim}{x} + 4\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{RP} = 2\underset{\sim}{x} + 6\underset{\sim}{y}$ $\overrightarrow{RP} = 2(\underset{\sim}{x} + 3\underset{\sim}{y})$ $\overrightarrow{RP} = 2\,\overrightarrow{RS}$ *R*, *S* dan *P* berada dalam satu garis lurus dengan λ = 2 SS-1 jika tatatanda vektor langsung tidak digunakan	K1 [Banding λ kedua $x\,\underset{\sim}{i}$ dan N1 [both] K1 [Faktorkan untuk $\overrightarrow{RS}$ & $\overrightarrow{SP}$ @ $\overrightarrow{RS}$ & $\overrightarrow{RP}$ @ $\overrightarrow{RP}$ & $\overrightarrow{SP}$ N1 [both]	2	

TAMAT